

Tratto da
Annali della pubblica istruzione
3-4/2012
Metodo di studio e capacità critica
Verso una nazione che pensa criticamente

Giuseppe Pea
Pagg. 133 – 140

L'EDUCAZIONE LOGICO-MATEMATICA E IL VIVERE

I GENITORI

Mi capita sempre più frequentemente che, alla fine dei corsi di aggiornamento che tengo nei vari istituti sulla didattica della matematica, le insegnanti sentano la necessità di avvicinarmi per evidenziare che *“i bambini (allievi, studenti) oggi non sono più come quelli che avevamo anche solo 10-15 anni fa, si distraggono continuamente, sono incapaci di mantenersi concentrati e non studiano, non rielaborano e non riflettono sulle ‘cose’ fatte; sembrano, perfino, meno dotati”*. È evidentemente uno sfogo legato alla loro difficoltà pedagogico-didattica e testimonia lo stato di disagio presente oggi in tutte le scuole di ogni ordine e grado. Questi insegnanti faticano a comprendere che i loro allievi sono intellettualmente diversi rispetto ai loro predecessori di 20 anni fa e che, quindi, il procedere didatticamente come se queste diversità non ci fossero rende il loro insegnamento poco o per nulla efficace nel far apprendere il sapere disciplinare. Lascio immaginare le grandi discussioni che nascono tra gli insegnanti ma, queste, non sono volte alla ricerca di nuove strategie didattiche, bensì sul tema *“di chi è la colpa?”* e, come è ovvio, è sempre degli assenti: genitori e, in generale, la società.

In parte questa conclusione è vera. I genitori, sin da quando i bambini sono molto piccoli, praticano un costante iperprotezionismo nei confronti dei figli impostando la loro vita domestica ed urbana in modo che non debbano incontrare e risolvere i problemi che la vita pone.

Infatti, i bambini passano sempre più tempo:

- *‘fermi’*: con giochi da tavolo (che grandi rischi quelli della dinamicità che scaturisce dai giochi di cortile!!!); sui banchi della scuola; davanti ai videogame (le uniche azioni sono relative al polso e a poche dita); stravaccati davanti alla televisione, ...
- *‘inoperosi’*: non devono affrontare il problema del controllo degli sfinteri (ci pensano gli altri con il cambio del pannolino, almeno fino ai 3-4 anni); non devono affrontare il problema dell'affaticamento (sono ormai molti i genitori che vanno a fare compere ai supermercati portando il figlio di 5 anni ed il passeggino, così se si stanca ...); non devono *‘fare’* (per evitare le loro pasticciate è meglio che sia il genitore a *‘fare’* al loro posto), ...

e queste abitudini socio-famigliari, con l'andar del tempo, sono riuscite a limitare sempre di più, anche se inconsapevolmente, le occasioni che i bambini devono avere dal *‘vivere’*.

Tutti i genitori (e anche tutti gli insegnanti) dovrebbero sapere che l'intelligenza del cervello degli esseri umani dipende da due fattori: quello *‘naturale’* (ereditato biologicamente dai nostri genitori) e quello *‘culturale’* (ereditato dalle esperienze, dalle occasioni, dai problemi e dagli stimoli che ogni ambiente di vita offre). In sostanza, ogni esperienza vissuta con la dovuta partecipazione lascia, in chi la vive, un nuovo patrimonio intellettuale che si materializza in una nuova organizzazione sinaptica del cervello. Lo studio delle neuroscienze ha confermato che l'azione sul fattore *‘naturale’* dell'intelligenza (ad esempio attraverso l'uso dei farmaci) non permette di riorganizzare diversamente il cervello e, quindi, l'intelligenza degli esseri umani è proporzionale alla quantità di vissuti e di problemi che questi affrontano perché solo così si può mutare l'organizzazione cerebrale, rendendola sempre più potente.

E' per questo motivo che i genitori, alla vista del proprio figlio inoperoso, non dovrebbero lasciarlo nella noia, ma proporgli delle attività con problemi da affrontare e risolvere.

GLI INSEGNANTI

Gli insegnanti fanno fatica a capire che il fattore culturale incide molto sul tipo di intelligenza che si forma nei bambini-allievi-studenti e l'inevitabile trasformazione della cultura è una delle cause della mutazione delle intelligenze. La nostra cultura negli ultimi 30 anni ha subito delle trasformazioni epocali, perché ostinarsi a pensare che il tipo di intelligenza e, quindi, il modo di apprendere del bambino siano rimasti immutati?

Ma di quale intelligenza si sta parlando? E' difficile definire esattamente questa facoltà umana, è molto più semplice e comprensibile avvicinare questo concetto attraverso le sue manifestazioni: riflettere, ponderare, immaginare, ricordare, interessarsi, progettare, inventare, ideare, supporre, stimare, decidere, ... , in sintesi si sta parlando della capacità di pensare. Il ruolo dell'insegnante è portare il discente all'apprendimento di cose, eventi, concetti, metodi, ... ma è bene ricordare che l'aver ottenuto l'apprendimento voluto non significa avere dato al discente una maggiore capacità di pensare. Infatti, se l'apprendimento è stato di tipo 'passivo' (comunicazione visiva, uditiva, ... che dall'esterno entra nel discente) con produzione di appunti e trattenimento in memoria, ma senza alcuna riflessione, rielaborazione, raffronto che permetta di valutare, di giudicare, di dare senso a quanto appreso, i dati ricevuti dall'insegnante non diventano 'informazioni' e non mutano la capacità di pensare (anche i computer sono in grado di ricevere, scrivere e immagazzinare dati in memoria). Anche l'apprendimento passivo può essere utilizzato per compiere delle azioni (proiezioni dall'interno all'esterno) ed ottenere dei risultati, ma se non c'è stata riflessione e rielaborazione personale di quanto appreso, si rimane nel contesto della procedura passiva che non muta l'intelligenza. Quando i dati ricevuti dall'insegnante e/o dall'esperienza diventano, per il bambino, delle informazioni il cui valore e il cui senso sono ben collocabili nella sua vita, allora possono essere rielaborate e possono portare a nuove conquiste mentali. E' in tal modo che cresce la capacità di pensare e si conquista una nuova organizzazione mentale.

Quando un bambino e suo nonno ricevono in regalo un computer ciascuno, si assiste a due processi di apprendimento totalmente diversi:

- il bambino si impossessa solo dell'hardware e attraverso continui tentativi ed errori arriva a far funzionare il computer ed a ottenere dei risultati. Il bambino è nato in una società dove il computer, le tastiere, i mouse, ... fanno quasi parte, ormai, del suo patrimonio genetico ed impara rapidamente a governare gli strumenti tecnologici. Ma quando la creatività data dai tentativi errati che portano alla conquista della procedura giusta è troppo onerosa, il bambino diventa insofferente ed attiva un apprendimento "analogico": chiede la soluzione ad un compagno più esperto e, verificata l'efficienza della procedura suggerita sul proprio computer, è pronto per nuove abilità. Ma ha riflettuto sul perché procedendo in quel modo ottiene il risultato? La maggior parte dei bambini-allievi-studenti si accontenta del solo saper fare. In tal modo le capacità logiche ed il pensiero non si sviluppano e la disciplina diventa un apprendimento di meccanismi e di procedure che non aiutano a capire e risolvere i problemi della propria vita quotidiana;
- il nonno prima rivolge l'attenzione ai manuali e per ultimo disimballa l'hardware. Incomincia a sfogliare i manuali alla ricerca delle istruzioni per l'uso e, forse, solo quando si è fatta la rappresentazione mentale delle operazioni che dovrà eseguire, procederà agendo impacciato sull'hardware. Il patrimonio genetico del nonno è stato il libro e la penna per cui, solo dopo tanto tempo e grandi sofferenze, riuscirà ad ottenere qualche risultato concreto. Ma il nonno è capace di non dormire di notte se non è riuscito a capire come mai agendo in quel modo ottiene quel risultato, perché, trascorrere una vita basata sull'apprendimento "logico", con l'abitudine del cercare ed utilizzare relazioni e riferimenti, ogni altra forma di apprendimento è ritenuta un surrogato.

La scuola che si pone come obiettivo l'apprendimento finalizzato a grandi risultati procedurali, senza aver curato i fondamenti e le riflessioni che reggono questi risultati, mi sembra che non dia agli studenti degli strumenti adeguati a far evolvere positivamente la società.

LOGICA-SPAZIO-TEMPO E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Abbiamo visto sopra che quando una persona spiega un concetto o comunica un contenuto fornisce dei dati sia verbali che scritti ai destinatari della comunicazione, ma è in funzione della cultura, dell'esperienza e dello stato psichico di questi ultimi se i dati forniti possono diventare delle informazioni o possono

continuare a rimanere dei dati (perché il ricevente non è in grado di interpretarli, di confrontarli, di valutarli, di giudicarli). Ne consegue che la comunicazione, per diventare un atto che può far scattare un processo cognitivo, deve far leva sull'esperienza già preesistente nel ricevente, su conoscenze che quest'ultimo deve già avere.

Esistono però dei concetti non riconducibili ad altri perché non possono essere appresi e non possono essere trasmessi tramite l'uso di forme linguistiche, si tratta dei *'concetti primitivi'* e possono essere appresi dall'uomo solo ed esclusivamente attraverso l'esperienza personale diretta.

Tutti i concetti logico-matematici si fondano sulle categorie mentali primitive di spazio, tempo e logica. Non c'è immagine che possa far capire cosa sia lo spazio, non esiste un discorso sul tempo che possa dare la concezione temporale. Il bambino ha quindi un unico modo per acquisire questi concetti primitivi, di base, fondamentali: viverli con il proprio corpo e con il proprio agire in un contesto spazio/temporale esercitando le dovute associazioni logiche. L'insegnante non deve quindi essere "lo spiegatore" del come vanno compilate le schede spazio-temporali-logiche, ma deve diventare l'insegnante organizzatore delle esperienze motorie dirette e personali che i bambini devono vivere, possibilmente, in chiave ludica (i risultati dell'apprendimento sono migliori quando il bambino gioca e si diverte). L'insegnante, poi, deve sollecitare le riflessioni in modo da far cogliere i nessi su quanto fatto.

Le esperienze di cui si parla mettono in evidenza il ruolo fondamentale dell'azione e, sul piano metodologico dell'insegnamento della matematica, la dualità "azione/percezione" dà origine a due orientamenti principali (anche se si danno varie sfumature intermedie), in base a ciò che viene ritenuto il fulcro dell'insegnamento e dell'apprendimento:

- la percezione, dove l'immagine è considerata mediatrice dell'intuizione degli oggetti matematici e all'insegnante spetta il compito di indirizzare il discente verso astrazioni successive, fino al raggiungimento dei concetti matematici;
- l'azione sulla realtà, utilizzata per originare i concetti matematici. La rappresentazione compare successivamente e con gradualità, prima per immagini e poi con segni sempre più lontani dall'esperienza, per ottenere livelli sempre più astratti dei concetti. La percezione viene sfruttata per il suo ruolo iniziale di segnalazione, mentre le azioni (successive alle segnalazioni) e la riflessione sulle azioni compiute vengono intese come "correttori" delle distorsioni e dei falsi concetti che le sole immagini e, più in generale, le sole percezioni possono causare.

La concettualizzazione matematica non sta nella percezione degli oggetti, ma consiste nel dare loro, tramite le azioni, quei caratteri che di per sé non possiedono e i cui legami sono il fondamento dell'esperienza logico-matematica.

Riflettiamo sulle differenze esistenti tra "contare" e "numero". Molti insegnanti dicono che quando un bambino sa contare allora conosce i numeri, ma contare è un verbo mentre un numero (ad esempio il sette) può essere un aggettivo o un sostantivo, mai un verbo. Per i bambini il primo approccio al concetto è quello procedurale, è per questo che possono confondere "contare" con "quantità", "ordine", "dimensione".

Contare è agire nel tempo ed elencare le azioni eseguite in tempi diversi con parole diverse. Anche se si dice "contare gli oggetti" nella realtà si contano solo le proprie azioni (fatte con il braccio o con il dito o con il movimento impercettibile dell'occhio o ...). Quando tutte queste azioni vengono messe in corrispondenza biunivoca con gli oggetti che stanno fuori di noi si ha la proiezione del proprio agire sulla realtà esterna. Si ottiene in tal modo la conversione dell'agire (contare con il corpo) in un attributo numerale relativo alla realtà sulla quale si è agito. Quindi, se un bambino non ha uno schema motorio ben definito e non è in grado di porre una corrispondenza fra il suo agire nel tempo e gli oggetti disposti nello spazio o gli eventi che si succedono nel tempo (mancanze di capacità ritmiche o incapacità di mantenere un certo ritmo nel tempo), allora è molto probabile che nel suo percorso scolastico manifesterà delle difficoltà nelle concezioni e nelle trattazioni numeriche.

Data l'importanza delle concezioni spazio-temporali-logiche per l'apprendimento dei concetti matematici, ai bambini che entrano nella scuola primaria e agli allievi che entrano nella scuola secondaria di 1° grado vengono sottoposti dei test d'ingresso atti a valutare quanto dominano le categorie primitive citate. Forse per gli errori commessi involontariamente dai genitori, forse per la ridotta esperienza motoria e forse per le ridotte occasioni di affrontare e di risolvere i problemi legati al gioco d'azione, i test evidenziano una età mentale spazio-temporale-logica in ritardo di quasi un anno rispetto all'età cronologica (si è assunto come

età mentale coincidente con quella cronologica quella testata dalla scuola piagetiana nei bambini svizzeri, francesi e italiani negli anni '50 e '60). Tale ritardo non viene recuperato nella scuola primaria e i suoi effetti negativi si trascinano anche nella scuola secondaria.

Questo fatto pone problemi metodologico-didattici sui contenuti del curriculum matematico e sulle procedure, pertanto è necessario intervenire seriamente con numerose esperienze spazio-temporali-logiche.

Si prenda, ad esempio, la categoria temporale chiamata '*simultaneità*'. Verso la fine dell'anno dei mezzani della scuola dell'infanzia i bambini iniziano ad intraprendere i giochi motori che pongono problemi di simultaneità, ma devono trascorrere anni di altre esperienze per possederla a livello mentale, cioè saperla utilizzare per interpretare in modo corretto il mondo reale. Questa capacità compare, quando va bene in un bambino che ha fatto tutte le sue giuste esperienze, intorno all'età della fine 4^a primaria.

Un bambino della 1^a primaria non può avere il dominio della simultaneità ed è per questo motivo che, quando si mescolano le tempere rossa e gialla per ottenere l'arancione, non interpreta l'operazione come: "la simultaneità tra il rosso e il giallo produce l'arancione". La sua concezione temporale gli permette solo un'ottica interpretativa dove tutto è collocato secondo un prima e poi trasformazionale: "prendo il rosso, poi con il pennello prendo del giallo e lo uso per cambiare il rosso e continuo così fino a quando il rosso non è diventato arancione". Analogamente, in aritmetica, l'unione è l'operazione di simultaneità tra due quantità che produce la nuova quantità somma. Il bambino la interpreta come prendere un insieme e trasformarlo nel tempo aggiungendo un elemento per volta attinto dall'altro insieme.

Ma sono molto frequenti anche gli allievi di 1^a media che non hanno ancora conquistato la simultaneità e lo si vede quando si propone, ad esempio, il piano cartesiano. Infatti, partono dall'origine, si spostano lungo l'asse delle ascisse, fino al valore stabilito e, arrivati lì, compiono un'altra trasformazione, si spostano perpendicolarmente fino al valore delle ordinate. Traducono la posizione prodotta dalla simultaneità di due valori in due trasformazioni.

Nella vita sono tanti i problemi che non richiedono di cambiare o di combinare, ma richiedono di saper cogliere i nessi tra due situazioni, di cogliere dei legami e sono operazioni che danno relazioni, non stati di cose. Tutte le relazioni sono operazioni che, oltre a richiedere il dominio della simultaneità, presentano un'ulteriore difficoltà: le due realtà, pur essendo presenti simultaneamente, non possono invocare la commutatività, cioè c'è un ordine. Sul piano temporale è impossibile concepire ciò perché la simultaneità è la negazione del prima/poi e si sa che l'ordine, nella maggior parte degli allievi, si identifica con il prima/poi. Si entra in un concetto d'ordine non più concepibile su base temporale, è un ordine superiore che si emancipa rispetto alla sua origine temporale.

Si consideri il seguente esempio: "una classe di 24 allievi viene collocata in un'aula contenente 28 banchi. Quale è la situazione logistica?". La risposta corretta prevede l'identificazione del soggetto e, non essendo stato esplicitato nel testo, la convenzione prevede che sia la prima realtà citata, cioè gli allievi. Si passa poi alla differenza quantitativa delle due realtà ed al verso del nesso: "gli allievi sono 4 in meno rispetto ai banchi" o, con linguaggio più matematico: "-4 allievi". La risposta: "+4 banchi" è ritenuta equivalente ma in matematica è errata perché si è risolto il problema con l'operazione: "banchi $(28 - 24) = +4$ banchi" invece che con l'operazione: "allievi $(24 - 28) = -4$ allievi"

Se si invertono i ruoli delle realtà, la relazione diventa un'altra. Quando si dice: "Aldo è il nipote di Ugo", si sta evidenziando una relazione di parentela; invertendo soggetto con riferimento la relazione cambia mutando dall'essere nipote all'essere zio.

La fine della scuola primaria vede il formarsi delle capacità mentali che permetteranno di affrontare e capire tutti i concetti presenti nel curriculum di matematica della secondaria. Sul piano logico oltre alle operazioni di relazione si richiederà di dominare il concetto di corrispondenza dinamica: quanto varia la realtà soggetto al variare della realtà riferimento? È possibile che questa corrispondenza fra le variazioni sia esprimibile con una legge o è del tutto casuale? Le corrispondenze dinamiche più semplici sono quelle che si esprimono con l'invariantiva. Comprendere che le frazioni:

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{6}{8}, \quad \frac{9}{12}, \quad \frac{12}{16}, \quad \dots$$

esprimono tutte lo stesso nesso dinamico: "all'aumento di 4 Kg di merce corrisponde sempre l'aumento di 3 € del costo" (è la relazione dinamica chiamata "prezzo": 3 € ogni 4 kg di mele), equivale a dominare i nessi di diretta proporzionalità e di frazioni equivalenti.

Per poter proporre questa struttura logico-matematica è necessario che l'allievo:

- non abbia più problemi sul dominio della simultaneità,
- abbia compiuto una grande quantità di esperienze sulle corrispondenze dinamiche attivando l'opportuna organizzazione sinaptica del cervello,
- abbia individuato l'invariantiva aritmetica del nesso al variare delle due dimensioni degli stati di cose.

Il secondo punto dell'elenco è quello più critico perché si può ottenere solo con le esperienze motorie attraverso il gioco, l'attività di laboratorio, il lavoro, ...

Si prenda, ad esempio, il gioco della pallacanestro: il giocatore che possiede la palla avanza palleggiando verso il canestro della squadra avversaria fino a quando gli si para davanti un difensore. Tra i due si instaura una relazione che impedisce all'attaccante di proseguire l'azione offensiva. L'attaccante decide di cambiare il proprio stato posizionale spostandosi repentinamente a destra, per rompere la relazione di contrapposizione creata dal difensore, ma accade che anche il difensore cambia la propria posizione in modo da mantenere la contrapposizione e impedirgli l'attacco. Al variare degli stati posizionali non varia la relazione posizionale. L'attaccante allora, per superare l'invariantiva della contrapposizione, lancia la palla al proprio compagno in modo da potersi smarcare per poterla poi ricevere instaurando una relazione diversa dalla precedente.

Non si possono proporre i numeri relativi e i numeri razionali se l'allievo non ha vissuto esperienze di proprietà invariantiva attraverso i giochi. Questa proprietà non si apprende attraverso i libri o le spiegazioni; va vissuta, sperimentata. La mancanza di questi vissuti limita l'apprendimento matematico all'aspetto recitativo del sapere matematico e, forse, all'acquisizione di meccanismi procedurali, ma senza l'adeguata comprensione di quello che si sta facendo e del perché.